MATEMATICAS

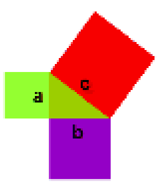
PROFESOR: FERNANDO INZUA

PLANTEL LOS REYES

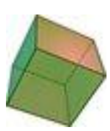
Geometría

La Geometría trata sobre las **formas** y sus propiedades.

Los dos temas más comunes son:



Geometría Plana (sobre formas planas como líneas rectas, círculos y triángulos... formas que se pueden dibujar en un trozo de papel)



Geometría Sólida (sobre objetos tridimensionales como cubos y pirámides).

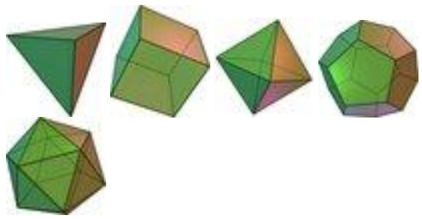
Si te gusta jugar con objetos, o te gusta dibujar, ¡la geometría es para ti!

Pista: Intenta dibujar algunas de las formas y ángulos en el momento en que los aprendes... eso ayuda.

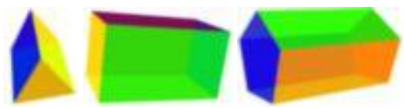
¡Sólidos!

La Geometría Sólida es la geometría del espacio tridimensional, el tipo de espacio donde vivimos...

Poliedros:
(deben tener caras planas)



Sólidos Platónicos



Prismas

Pirámides

No Poliedros:
(si alguna superficie no es plana)

Esfera

Toro

Cilindro

Cono

Historia de la Geometría

Geometría (del griego geo, 'tierra'; metrein, 'medir'), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclídea.

Geometría demostrativa primitiva

El origen del término geometría es una descripción precisa del trabajo de los primeros geómetras, que se interesaban en problemas como la medida del tamaño de los campos o el trazado de ángulos rectos para las esquinas de los edificios. Este tipo de geometría empírica, que floreció en el Antiguo Egipto, Sumeria y Babilonia, fue refinado y sistematizado por los griegos.

Pitágoras

En el siglo VI a.C. el matemático **Pitágoras** colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría empírica se pueden deducir como conclusiones lógicas de un número limitado de axiomas, o postulados. Estos postulados fueron considerados por Pitágoras y sus discípulos como verdades evidentes; sin embargo, en el pensamiento matemático moderno se consideran como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios.

Un ejemplo típico de los postulados desarrollados y aceptados por los matemáticos griegos es la siguiente afirmación: "una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos". Un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas.

Entre estos teoremas se encuentran: "la suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos", y "el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados" (conocido como teorema de Pitágoras).

La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro "Los elementos". El texto de Euclides, a pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días.

Primeros problemas geométricos

Los griegos introdujeron los problemas de construcción, en los que cierta línea o figura debe ser construida utilizando sólo una regla de borde recto y un compás. Ejemplos sencillos son la construcción de una línea recta dos veces más larga que una recta dada, o de una recta que divide un ángulo dado en dos ángulos iguales.

Tres famosos problemas de construcción que datan de la época griega se resistieron al esfuerzo de muchas generaciones de matemáticos que intentaron resolverlos: la duplicación del cubo (construir un cubo de volumen doble al de un determinado cubo), la cuadratura del círculo (construir un cuadrado con área igual a un círculo determinado) y la trisección del ángulo (dividir un ángulo dado en tres partes iguales). Ninguna de estas construcciones es posible con la regla y el compás, y la imposibilidad de la cuadratura del círculo no fue finalmente demostrada hasta 1882.

Apolonio de Perga

Los griegos, y en particular Apolonio de Perga , estudiaron la familia de curvas conocidas como cónicas y descubrieron muchas de sus propiedades fundamentales. Las cónicas son importantes en muchos campos de las ciencias físicas; por ejemplo, las órbitas de los planetas alrededor del Sol son fundamentalmente cónicas.

Arquímedes, uno de los grandes científicos griegos, hizo un considerable número de aportaciones a la geometría. Inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de pi, la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo y estableció que este número estaba entre 3 10/70 y 3 10/71.

Geometría analítica

La geometría avanzó muy poco desde el final de la era griega hasta la edad media. El siguiente paso importante en esta ciencia lo dio el filósofo y matemático francés René Descartes, cuyo tratado "El Discurso del Método", publicado en 1637, hizo época. Este trabajo fraguó una conexión entre la geometría y el álgebra al demostrar cómo aplicar los métodos de una disciplina en la otra. Éste es un fundamento de la geometría analítica, en la que las figuras se representan mediante expresiones algebraicas, sujeto subyacente en la mayor parte de la geometría moderna.

Otro desarrollo importante del siglo XVII fue la investigación de las propiedades de las figuras geométricas que no varían cuando las figuras son proyectadas de un plano a otro.

Un ejemplo sencillo de geometría proyectiva queda ilustrado en la **figura 1.**

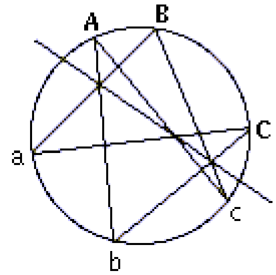


Figura 1

Si los puntos A, B, C y a, b, c se colocan en cualquier posición de una cónica, por ejemplo una circunferencia, y dichos puntos se unen A con b y c, B con c y a, y C con b y a, los tres puntos de las intersecciones de dichas líneas están en una recta.

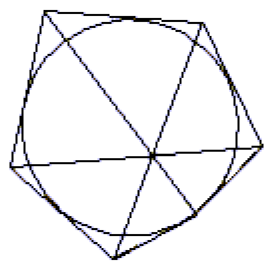


Figura 2

De la misma manera, si se dibujan seis tangentes cualesquiera a una cónica, como en la figura 2, y se trazan rectas que unan dos intersecciones opuestas de las tangentes, estas líneas se cortan en un punto único.

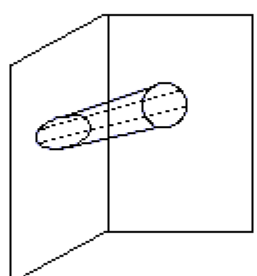


Figura 3

Este teorema se denomina proyectivo, pues es cierto para todas las cónicas, y éstas se pueden transformar de una a otra utilizando las proyecciones apropiadas, como en la figura 3, que muestra que la proyección de una circunferencia es una elipse en el otro plano.

Modernos avances

Carl Fiedrich Gauss

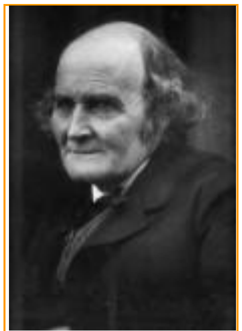
La geometría sufrió un cambio radical de dirección en el siglo XIX. Los matemáticos **Carl Friedrich Gauss** , Nikolái Lobachevski, y **János Bolyai** , trabajando por separado, desarrollaron sistemas coherentes de geometría no euclídea. Estos sistemas aparecieron a partir de los trabajos sobre el llamado "postulado paralelo" de Euclides, al proponer alternativas que generan modelos extraños y no intuitivos de espacio, aunque, eso sí, coherentes.

Casi al mismo tiempo, el matemático británico Arthur Cayley desarrolló la geometría para espacios con más de tres dimensiones. Imaginemos que una línea es un espacio unidimensional. Si cada uno de los puntos de la línea se sustituye por una línea perpendicular a ella, se crea un plano, o espacio bidimensional. De la misma manera, si cada punto del plano se sustituye por una línea perpendicular a él, se genera un espacio tridimensional.

János Bolyai

Yendo más lejos, si cada punto del espacio tridimensional se sustituye por una línea perpendicular, tendremos un espacio tetradimensional. Aunque éste es físicamente imposible, e inimaginable, es conceptualmente sólido. El uso de conceptos con más de tres dimensiones tiene un importante número de aplicaciones en las ciencias físicas, en particular en el desarrollo de teorías de la relatividad.

También se han utilizado métodos analíticos para estudiar las figuras geométricas regulares en cuatro o más dimensiones y compararlas con figuras similares en tres o menos dimensiones. Esta geometría se conoce como geometría estructural. Un ejemplo sencillo de este enfoque de la geometría es la definición de la figura geométrica más sencilla que se puede dibujar en espacios con cero, una, dos, tres, cuatro o más dimensiones.



Arthur Cayley

En los cuatro primeros casos, las figuras son los bien conocidos punto, línea, triángulo y tetraedro respectivamente. En el espacio de cuatro dimensiones, se puede demostrar que la figura más sencilla está compuesta por cinco puntos como vértices, diez segmentos como aristas, diez triángulos como caras y cinco tetraedros. El tetraedro, analizado de la misma manera, está compuesto por cuatro vértices, seis segmentos y cuatro triángulos. **Figura 4**

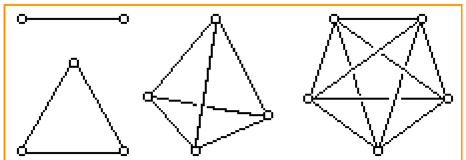


Figura 4

Otro concepto dimensional, el de dimensiones fraccionarias, apareció en el siglo XIX. En la década de 1970 el concepto se desarrolló como la geometría fractal

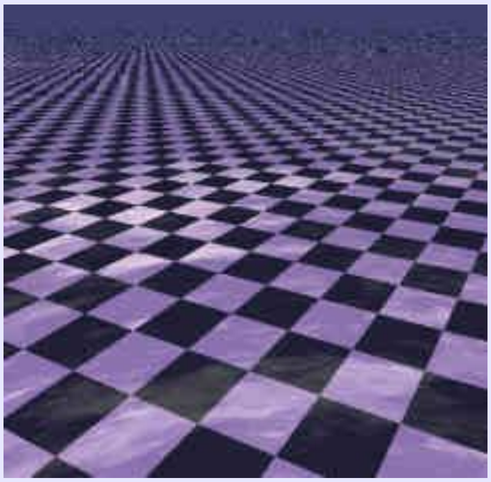
Geometría Plana

La Geometría Plana trata las formas en una superficie plana (como una hoja de papel sin fin).

Aquí hay una lista de nuestras páginas sobre geometría plana:

Plano

Un plano es una superficie lisa sin grosor.



Nuestro mundo tiene tres dimensiones, pero **un plano sólo tiene dos dimensiones**.

Ejemplos:

- **longitud** y **altura**, o
- **x** e **y**

Y así sin final.

Ejemplos

¡Es difícil dar ejemplos reales!

Cuando dibujas algo en un trozo plano de papel estás dibujando en un plano...

... ¡aunque el papel no es un plano él mismo, porque tiene un poco de grosor! Y tampoco se extiende indefinidamente.

¡Así que la idea correcta es la parte superior de un trozo perfectamente liso de papel sin fin!

También las superficies de una mesa, el suelo y una pizarra son *como* un plano.

Imagina

Imagina que vivieras en un mundo bidimensional. Podrías viajar, visitar a los amigos, pero no habría nada en el mundo que tuviera altura.

Podrías medir distancias y ángulos.

Podrías viajar rápido o lento. Avanzar, retroceder o ir de lado. Podrías moverte en línea recta, en círculos, o cualquier otra cosa que no sea subir o bajar.

¿Cómo sería vivir en un plano?

Símbolos en geometría

Símbolos que se usan con frecuencia en geometría

Los símbolos nos ayudan a ahorrar tiempo y espacio cuando escribimos. Aquí tienes los símbolos geométricos más comunes:

Símbolo	Significado	Ejemplo	En palabras
Δ	Triángulo	ΔABC tiene 3 lados iguales	*El triángulo ABC tiene tres lados iguales*
$\angle$	Ángulo	$\angle$ABC mide 45°	*El ángulo formado por ABC*

			mide 45 grados.
$\perp$	Perpendicular	AB $\perp$ CD	*La línea AB es perpendicular a la línea CD*
$\parallel$	Paralela	EF $\parallel$ GH	*La línea EF is paralela a la línea GH*
^{o}	Grados	360° es un círculo completo	
$\llcorner$	Ángulo recto (90°)	$\llcorner$ mide 90°	*Un ángulo recto mide 90 grados*
$\overline{AB}$	Segmento de línea "AB"	AB	*La línea entre A y B*
$\overleftrightarrow{AB}$	Línea "AB"	$\overleftrightarrow{AB}$	*La línea infinita que pasa por A y B*
$\overrightarrow{AB}$	Rayo "AB"	$\overrightarrow{AB}$	*La línea que empieza en A, pasa por B y continúa*
$\cong$	Congruente (mismo tamaño y forma)	ΔABC $\cong$ ΔDEF	*El triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF*
$\sim$	Similar (misma forma, distinto tamaño)	ΔDEF $\sim$ ΔMNO	*El triángulo DEF es similar al triángulo MNO*
$\therefore$	Por tanto	*a=b* $\therefore$ *b=a*	*a es igual que b, por tanto b es igual que a*

Nombrar ángulos

En los ángulos la letra del medio dice dónde está el ángulo. Por ejemplo cuando veas "$\angle$ABC mide 45°", el punto "B" es donde está el ángulo.

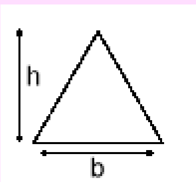
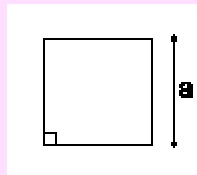
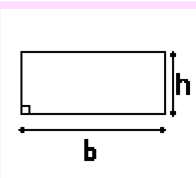
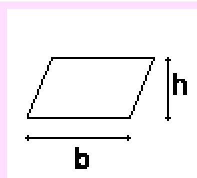
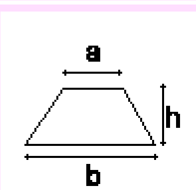
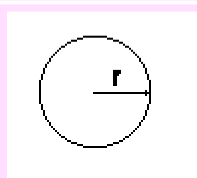
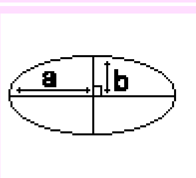
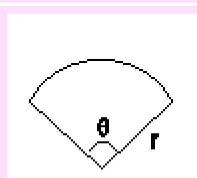
Ejemplo breve

Así que si alguien escribe: **En $\triangle$ABC, $\angle$BAC es ∟**

Ya sabes que quiere decir:

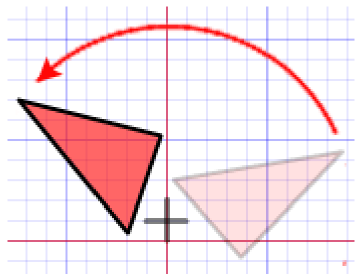
"En el triángulo ABC, el ángulo BAC es un ángulo recto"

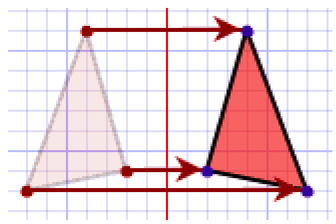
Áreas de formas planas

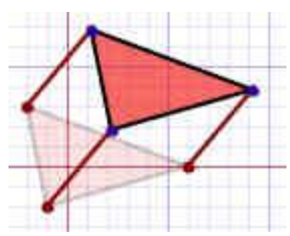
	Triángulo Área = ½b×h b = base h = altura vertical		Cuadrado Área = a^2 a = longitud del lado
	Rectángulo Área = b×h b = anchura h = altura		Paralelogramo Área = b×h b = anchura h = altura
	Trapecio Área = ½(a+b)h h = altura vertical		Círculo Área = πr^2 Circunferencia=$2\pi r$ r = radio
	Elipse Área = πab		Sector Área = ½$r^2\theta$ r = radio θ = ángulo en **radianes**

Congruencia

Si se puede convertir una forma en otra usando giros, volteos y deslizamientos, las dos formas son **congruentes**:

Rotación  **¡Gira!**

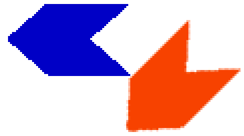
Reflexión  **¡Voltea!**

Traslación  **¡Desliza!**

Después de estas transformaciones (girar, voltear, deslizar) la forma sigue teniendo **el mismo tamaño**,**área**, **ángulos** y **longitudes de líneas**.

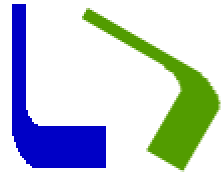
Ejemplos

Todas estas formas son congruentes:



Girada

Reflejada y desplazada



Reflejada y girada

¿Congruente o similar?

Las dos figuras deben tener **el mismo tamaño** para ser congruentes. (Si has tenido que reescalar una figura para llegar a la otra, entonces son similares)

Si...		entonces son...
... sólo giras, reflejas y/o trasladas	→	congruentes
... necesitas hacer una homotecia	→	similares

¿Congruentes? ¿Por qué esta palabra tan rara significa "igual"? Probablemente porque dos figuras sólo serían "iguales" si una cubriera exactamente la otra. En cualquier caso, la palabra viene del latín *congruere*, que se podría traducir como "estar de acuerdo". Así que las figuras "están de acuerdo".

CUADRO DE ACTIVIDADES

1.- REALIZA UNA TRANSCRIPCION DE LOS TIPOS DE GEOMETRIA

2.- REALIZA EN TU CUADERNO TODAS LAS FIGURAS GEOMETRICAS DENTRO DE LA RAMA MATEMATICA

3.- HAS UN CUADRO SINOPTICO O DIAGRAMA DE FLUJO SOBRE LA HISTORIA DE LA GEOMETRIA

4.- TRANSCRIBE A TU CUADERNO LOS CONCEPTOS Y EJEMPLOS DE LA PAGINA 8 EN ADELANTE