



GEOMETRIA BLOQUE 2

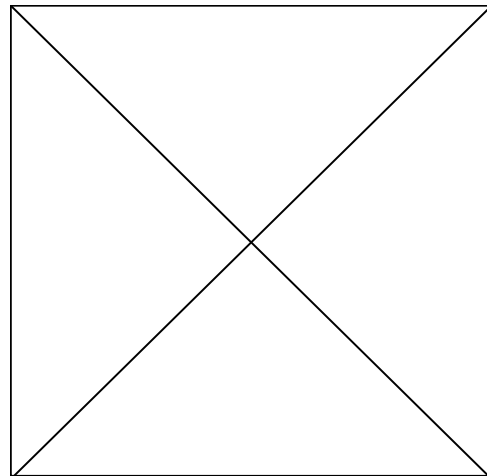
Teorema de Pitágoras

Hace años, un hombre llamado Pitágoras descubrió un hecho asombroso sobre triángulos:

Si el triángulo tiene un ángulo recto (90°)...

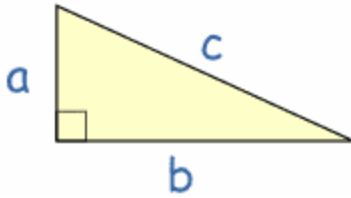
... y pones un cuadrado sobre cada uno de sus lados, entonces...

*... ¡el cuadrado más grande tiene **exactamente la misma área** que los otros dos cuadrados juntos!*



El lado más largo del triángulo se llama "hipotenusa", así que la definición formal es:

En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados (llamamos "triángulo rectángulo" a un triángulo con un ángulo recto)

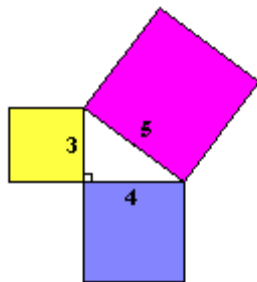


Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual al cuadrado de c (c^2):

$$a^2 + b^2 = c^2$$

¿Seguro... ?

Veamos si funciona con un ejemplo. Un triángulo de lados "3,4,5" tiene un ángulo recto, así que la fórmula debería funcionar.



Veamos si las áreas **son** la misma:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Calculando obtenemos:

$$9 + 16 = 25$$

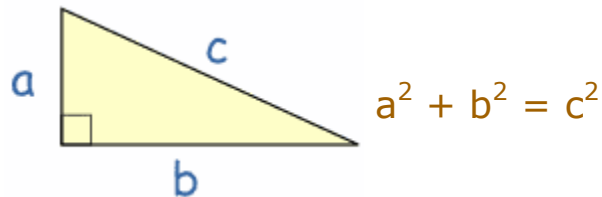
¡sí, funciona!

¿Por qué es útil esto?

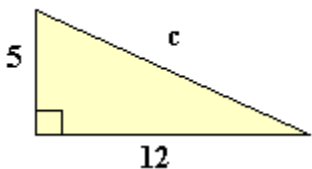
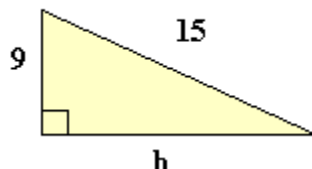
Si sabemos las longitudes de **dos lados** de un triángulo con un ángulo recto, el Teorema de Pitágoras nos ayuda a encontrar la longitud del **tercer lado**. (¡Pero recuerda que sólo funciona en triángulos rectángulos!)

¿Cómo lo uso?

Escríbelo como una ecuación:



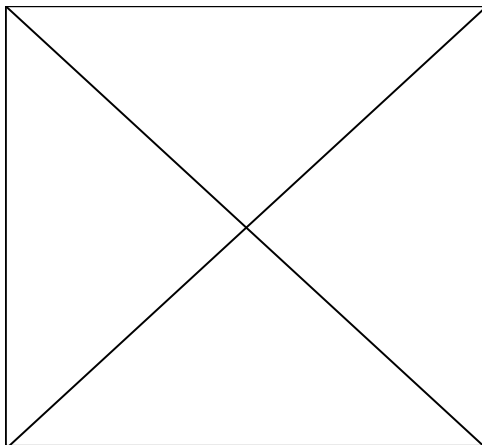
Ahora puedes usar [álgebra](#) para encontrar el valor que falta, como en estos ejemplos:

	
$a^2 + b^2 = c^2$	$a^2 + b^2 = c^2$
$5^2 + 12^2 = c^2$	$9^2 + b^2 = 15^2$
$25 + 144 = 169$	$81 + b^2 = 225$
$c^2 = 169$	Resta 81 a ambos lados
$c = \sqrt{169}$	$b^2 = 144$

$c = 13$	$b = \sqrt{144}$
	$b = 12$

¡Y Puedes Demostrarlo Tú Mismo!

Consigue papel y tijeras, y usa la siguiente animación como guía:



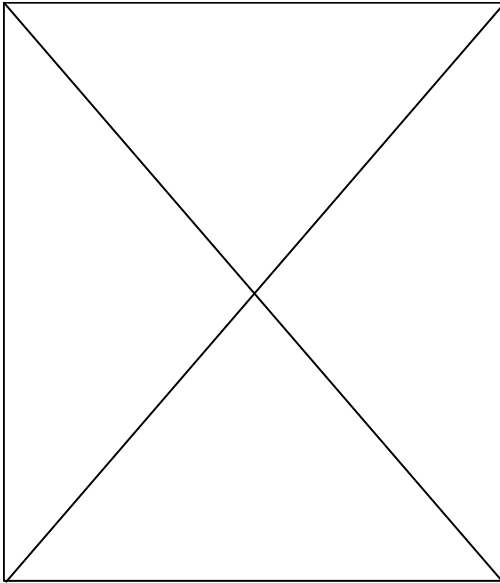
- Dibuja un triángulo rectángulo en el papel, dejando mucho espacio alrededor.
- Dibuja un cuadrado sobre la hipotenusa (el lado más largo)
- Dibuja un cuadrado del mismo tamaño en el otro lado de la hipotenusa
- Dibuja líneas como en la animación, así:



- Recorta los trozos
- Colócalos de manera que puedas demostrar que el cuadrado grande tiene la misma área que los cuadrados en los otros lados juntos

Otra Demostración, Muy Simple

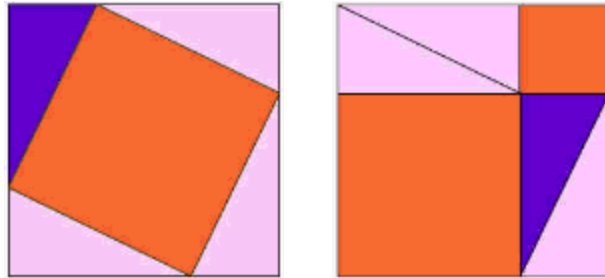
Aquí tienes una de las demostraciones más antiguas de que el cuadrado grande tiene la misma área que los otros cuadrados juntos.



Mira la animación, y presta atención cuando se empiecen a mover los triángulos.

Quizás quieras verla varias veces para entender bien lo que pasa.

El triángulo violeta es el importante.



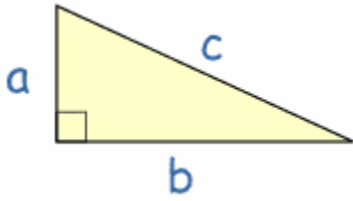
Nota histórica: aunque se llama Teorema de Pitágoras, ¡también lo conocían los matemáticos indios, griegos, chinos y babilonios antes de que él viviera!

También tenemos una [demostración sumando las áreas](#).

Demostración algebraica del teorema de Pitágoras

¿Qué es el teorema de Pitágoras?

Tenemos una página que explica el [Teorema de Pitágoras](#), pero aquí tienes un breve resumen:



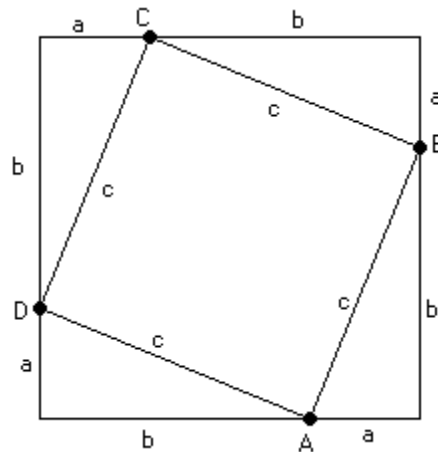
El teorema de Pitágoras dice que *en un triángulo rectángulo*, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual el cuadrado de c (c^2):

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Demostración del teorema de Pitágoras usando álgebra

Podemos ver que $a^2 + b^2 = c^2$ usando el [Álgebra](#)

Mira este diagrama... tiene dentro un triángulo "abc" (en realidad tiene cuatro):



Es un gran cuadrado, cada lado mide $a+b$, así que el área es:

$$A = (a+b)(a+b)$$

Ahora sumamos las áreas de los trozos más pequeños:

Primero, el cuadrado pequeño (inclinado) tiene área $A = c^2$

Y hay cuatro triángulos, cada uno con área $A = \frac{1}{2}ab$

Así que los cuatro juntos son $A = 4(\frac{1}{2}ab) = 2ab$

Si sumamos el cuadrado inclinado y los 4 triángulos da: $A = c^2 + 2ab$

El área del **cuadrado grande** es igual al área del **cuadrado inclinado y los 4 triángulos**. Esto lo escribimos así:

$$(a+b)(a+b) = c^2 + 2ab$$

Ahora, vamos a operar a ver si nos sale el teorema de Pitágoras:

Empezamos con: $(a+b)(a+b) = c^2 + 2ab$

Desarrollamos $(a+b)(a+b)$: $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$

Restamos "2ab" de los dos lados: $a^2 + b^2 = c^2$

¡HECHO!

Ahora vemos por qué funciona el teorema de Pitágoras, o con otras palabras, vemos la demostración del teorema de Pitágoras.

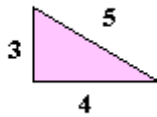
Ternas pitagóricas

Son simplemente números enteros que cumplen la regla:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

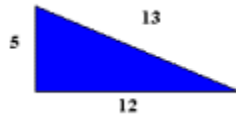
(esta es la ecuación del teorema de Pitágoras)

Algunos ejemplos:



Triángulo 3,4,5

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$



Triángulo 5,12,13

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$



Triángulo 9,40,41

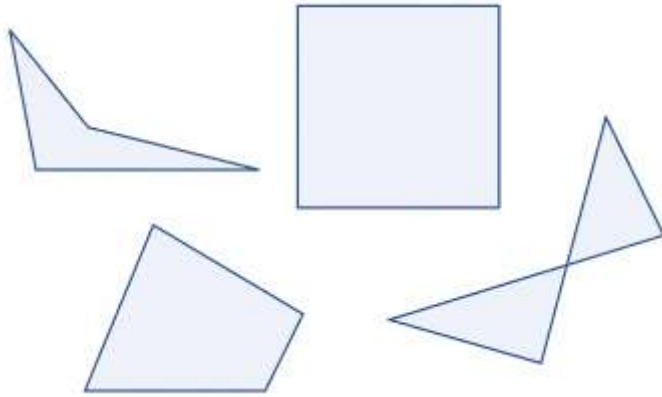
$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

¡Hay infinitos triángulos así!

La manera más fácil de encontrar más ternas pitagóricas es reescalar una terna que conozcamos.

Ejemplo: multiplicar **3,4,5** por 2 da **6,8,10** que también cumple la fórmula $a^2 + b^2 = c^2$

Cuadriláteros



Cuadrilátero significa "cuatro lados"
(*cuad* significa cuatro, *látero* significa lado).

Las figuras de cuatro lados se llaman cuadriláteros.

Pero los lados tienen que ser **rectos**, y la figura tiene que ser **bidimensional**.

Prueba tú mismo

Tipos de cuadriláteros

Hay algunos tipos especiales de cuadriláteros:

- el rectángulo
- el rombo
- el cuadrado

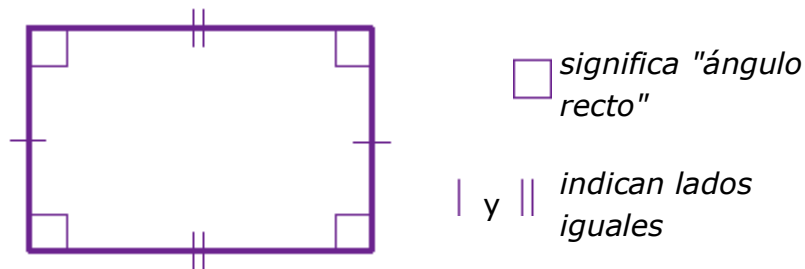
(todos estos son *paralelogramos*), y también hay:

- el trapezoide
- el deltoide

Si no es ninguna de estos es un cuadrilátero *irregular*.

Aquí tienes los detalles:

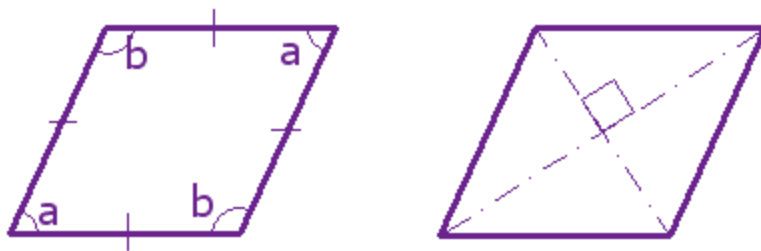
El rectángulo



Un **rectángulo** es una figura de cuatro lados cuyos ángulos son todos rectos (90°).

Además los **lados opuestos** son paralelos y de la misma longitud.

El rombo

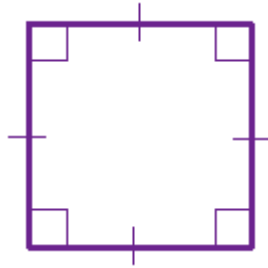


Un **rombo** es una figura de cuatro lados cuyos lados son todos iguales.

Además los lados opuestos son paralelos y los ángulos opuestos son iguales.

Otra cosa interesante es que las diagonales (las líneas de puntos en la segunda figura) se cortan en ángulos rectos, es decir, son perpendiculares.

El cuadrado



□ significa "ángulo recto"

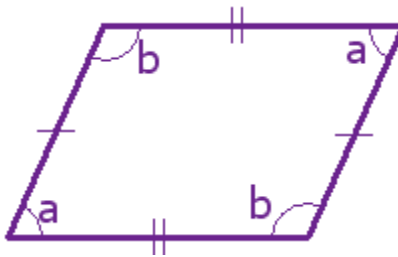
| indica lados iguales

Un cuadrado es una figura de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos (90°)

Además los lados opuestos son paralelos.

Un cuadrado también es un **rectángulo** (ángulos de 90°) y un **rombo** (lados iguales).

El paralelogramo

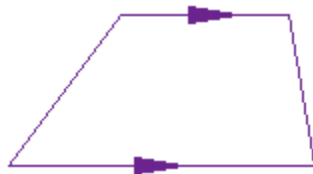


Los lados opuestos son paralelos y de igual longitud, y los ángulos opuestos son iguales (los ángulos "a" son iguales, y los ángulos "b" son iguales)

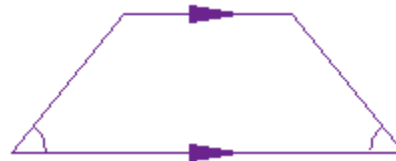
NOTA: todos los cuadrados, rectángulos y rombos son paralelogramos!

Ejemplo: si un paralelogramo tiene todos los lados iguales y los ángulos "a" y "b" son rectos, entonces es un cuadrado.

El trapezoide



Trapezoide



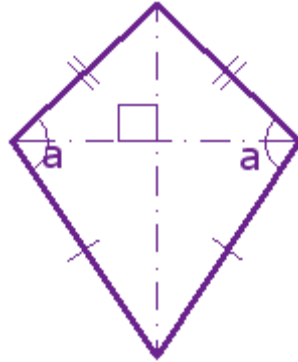
Trapezoide regular

Un trapezoide tiene un par de lados paralelos.

Se llama trapezoide **regular** si los lados que no son paralelos tienen la misma longitud y si los dos ángulos sobre un lado paralelo son iguales, como en el dibujo.

Un trapezoide **no** es un paralelogramo porque sólo un par de lados es paralelo.

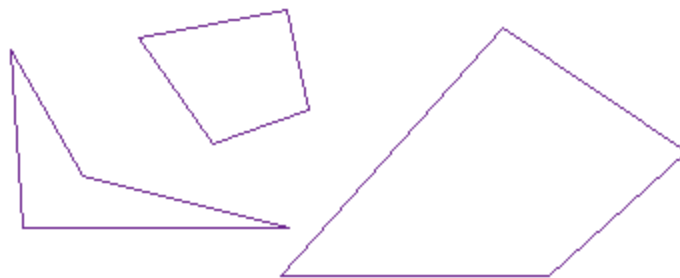
El deltoide



Mira, parece una cometa. Tiene dos pares de lados, Cada par son dos lados adyacentes (que se tocan) de la misma longitud. Los ángulos donde se encuentran los pares son iguales. Las diagonales (líneas de puntos) son perpendiculares, y una de las diagonales bisecta (divide por la mitad) a la otra.

... y esos son los cuadriláteros especiales; si uno no es de estos tipos, es un **cuadrilátero irregular**

Cuadriláteros irregulares



Un cuadrilátero que no encaja en ninguno de los tipos anteriores.

Polígonos

Un cuadrilátero es un [polígono](#). De hecho es un polígono de 4 lados, de la misma manera un triángulo es un polígono de 3 lados, un pentágono es un polígono de 5 lados, etc.

Juega con ellos

Ahora que conoces los tipos que existen, puedes jugar con los [cuadriláteros interactivos](#).

Otros nombres

Quadrángulo ("cuatro ángulos") y **tetrágono** ("cuatro y polígono") son otros nombres para los cuadriláteros.

PROBLEMAS

Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.



Un ángulo recto es...??

- A) Un ángulo de 45 grados.**
- B) Un ángulo de 90 grados.**
- C) Un ángulo de 180 grados**

Para aplicar el teorema de Pitágoras...

- A) Es necesario tener un ángulo obtuso.**
- B) Es necesario tener un ángulo recto.**
- c) Es necesario tener un triángulo equilátero.**
- D) Todas las opciones anteriores son falsas.**

ACTIVIDADES

1.- REALIZA LA TRANSCRIPCION EN TU CUADERNO DE QUE ES EL TEOREMA DE PITAGORAS

2.- AVERIGUA EN QUE PUEDE APLICAR EL TEOREMA DE PITAGORAS EN REALIZA LOS EJEMPLOS

3.-ES UN DIAGRAMA DE FLUJO DE CÓMO RESOLVER PASO POR PASO EL TEOREMA DE PITACORAS PARA CREEAR UN NSTRUCTIVO

4.- REALIZA LOS EJERCICIOS